

آزمایش شماره ۷: بررسی حرکت دورانی ژيروسکوپ و تعیین گشتاور ماند آن

هدف آزمایش: محاسبه گشتاور ماند ژيروسکوپ به کمک اصل پایستگی انرژی مکانیکی

تئوری آزمایش:

برای اینکه ژيروسکوپی پیرامون محور خود به چرخش درآید، می‌توان نخ را بدور بدنه آن پیچیده و سپس وزنه‌ای را به انتهای آزاد نخ متصل نمود. در این صورت گشتاور نیروی حاصل از وزن وزنه بواسطه نخ به ژيروسکوپ منتقل شده و سبب چرخش آن بدور محور خود می‌گردد. با باز شدن نخ و سقوط وزنه به سمت پائین، از انرژی پتانسیل وزنه کم شده و به انرژی جنبشی انتقالی وزنه و انرژی جنبشی دورانی ژيروسکوپ اضافه می‌گردد، بطوریکه در سطح پتانسیل صفر تمام انرژی مکانیکی مجموعه بصورت انرژی جنبشی انتقالی و دورانی خواهد بود. در نبود نیروهای ناپایستار، اصل پایستگی انرژی مکانیکی برقرار است: $E_i = E_f$ و برای دو نقطه ابتدایی و انتهایی مسیر حرکت وزنه می‌توان نوشت:

$$E_i = E_f \rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

که در آن m جرم وزنه، h طول مسیر سقوط وزنه، v سرعت وزنه در موقعیت نهایی، I لختی دورانی ژيروسکوپ پیرامون محور دوران و ω سرعت زاویه‌ای دوران ژيروسکوپ می‌باشند.

(یادآوری: از دید فیزیکی گشتاور ماند یک جسم نشان دهنده میزان مقاومتی است که جسم در برابر تغییر حرکت دورانی از خود نشان می‌دهد و از دید ریاضی برابر است با $I = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2$ که در آن r_i فاصله جرم m_i از محور دوران می‌باشد.)

در نبود نیروهای دیگر و با ثابت بودن گشتاور نیروی وارد بر ژيروسکوپ، شتاب زاویه‌ای و در نتیجه شتاب مماسی دستگاه ثابت خواهد ماند، بنابراین با جایگزینی $v = a_t t$ ، $h = \frac{1}{2}a_t t^2$ ، $v = r\omega$ در رابطه بالا خواهیم داشت:

$$mgh = \frac{1}{2}m\left(\frac{4h^2}{t^2}\right) + \frac{1}{2}I\left(\frac{4h^2}{r^2 t^2}\right)$$

و در نهایت رابطه مربوط به لختی دورانی به شکل زیر بدست می‌آید:

$$I = mr^2 \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right)$$

که در این رابطه r فاصله نقطه اثر نیرو تا محور دوران بوده (چرا؟) و a_t شتاب مماسی حاصل از دوران ژيروسکوپ می‌باشد. هدف این آزمایش بدست آوردن گشتاور ماند ژيروسکوپ به کمک رابطه بالا است. همان‌طور که دیده می‌شود با اندازه‌گیری کمیت‌های m ، r ، t ، h می‌توان I را بدست آورد.

وسایل آزمایش:

وزنه‌های متفاوت، کولیس، ساعت الکترونیکی (یا کروномتر)، ژيروسکوپ بزرگ، خط کش و شاخص، پایه نگه‌دارنده.

روش انجام آزمایش:

ژيروسکوپ مانند شکل سوار شده و نخ مناسبی (نخ ماهی‌گیری) به دور محور دوران آن پیچانده می‌شود. با آویختن وزنه مورد نظر دستگاه از حالت سکون رها شده و با کروномتر مدت زمان لازم برای پیمودن مسیر تا ارتفاع مورد نظر h اندازه‌گیری می‌گردد. با داشتن زمان پیمایش مسیر و تعیین شعاع چرخش می‌توان مقدار میانگین I را بدست آورد.



آزمایش را برای ارتفاع سقوط ۹۰ سانتی‌متر با وزنه‌هایی به جرم‌های ۱۰۰، ۱۵۰، ۲۰۰، ۲۵۰، ۳۰۰، ۳۵۰ و ۴۰۰ گرم انجام داده و جدول زیر را کامل نمایید، سپس مقدار متوسط I را بدست آورید.

نتائج:

[illegible]

آزمایش را با وزنۀ ۲۰۰ گرمی برای ارتفاع‌های ۵۰، ۶۰، ۷۰، ۸۰ و ۹۰ سانتی‌متری تکرار نموده و نتایج بدست آمده را در جدول زیر وارد نمایید.

[illegible]

خواسته‌های آزمایش:

- در رسیدن به رابطه مربوط به لختی دورانی ژيروسکوپ

$$I = mr^2 \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right)$$

چه فرض‌ها و تقریب‌هایی در نظر گرفته شده است؟

- در رابطه بدست آمده برای لختی دورانی ژيروسکوپ، r کدام شعاع است؟ و چرا؟
- اگر ژيروسکوپ دارای تقارن محوری نباشد، عبارتی مرکز جرم آن بر روی محور دوران قرار نداشته باشد چه فرض‌هایی نقض خواهد شد؟
- **خطای دیفرانسیلی** dI را برای یکی از حالت‌ها بدست آورید و با توجه به آن، مقادیر بدست آمده برای I را با ارقام بامعنی درست در جداول وارد کنید.
- در صورتی که وزنه از حالت سکون رها نشود چه مشکلی پیش خواهد آمد؟
- **خطای استاندارد** σ_I یا انحراف معیار میانگین را برای لختی دورانی جدول اول بدست آورید.