

آزمایش شماره ۶: تعیین گشتاور ماند اجسام صلب با استفاده از حرکت نوسانی ساده زاویه‌ای فنر حلزونی

هدف آزمایش: بدست آوردن اینرسی دورانی چند جسم هندسی

تئوری آزمایش:

در حرکت انتقالی دیدیم که چنانچه قانون هوک برقرار باشد، می‌توان زمان تناوب نوسان‌های هماهنگ ایجاد شده را از حل معادله زیر بدست آورد.

$$M\ddot{X} + KX = 0 \quad (1)$$

در این رابطه X میزان انحراف فنر از وضعیت تعادل و K ثابت فنر است که از قانون هوک $F = -KX$ به دست می‌آید. F نیز نیروی بازگرداننده فنر است. با حل این معادله دیفرانسیل زمان تناوب نوسان T از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K}}$$

به دلیل تشابه حرکت دورانی با حرکت انتقالی می‌توان برای حرکت دورانی نیز روابطی شبیه آنچه در حرکت انتقالی برقرار است، نوشت. به عنوان نمونه قانون هوک در مورد فنر پیچشی به صورت زیر در می‌آید (به آزمایش قانون هوک مراجعه شود):

$$\tau = -K\theta$$

که در این رابطه θ زاویه انحراف از وضعیت تعادل فنر است و $\tau = r \times F$ گشتاور نیرو نامیده می‌شود. این معادله، معادله حرکت نوسانی ساده زاویه‌ای بوده و با جایگذاری رابطه $\tau = I\ddot{\theta} = I\alpha$ بصورت زیر درخواهد آمد:

$$I\ddot{\theta} + K\theta = 0 \quad (2)$$

که در آن $I = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2$ گشتاور ماند و r_i شعاع دایره مسیر ذره m_i می‌باشد. حل معادله اخیر منجر به معادله حرکت نوسانی هماهنگ ساده زاویه‌ای می‌شود و در تشابه با معادله خطی، زمان تناوب آن از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$T = 2\pi \sqrt{I/K}$$

در این آزمایش ابتدا زمان تناوب نوسان اندازه گیری می‌شود و از روی آن گشتاور ماند محاسبه می‌گردد.

$$I = \frac{KT^2}{4\pi^2} \quad (3)$$

وسایل آزمایش:

کرنومتر، اجسامی همگن به شکل: کره، میله، استوانه، ترازوی دقیق، فنر پیچشی با پایه.

روش انجام آزمایش:

گشتاورمانند اجسام را می‌توان با استفاده از رابطه (3) به دست آورد. برای این کار ابتدا جسم مورد نظر را بر روی محور عمودی فنر حلزونی سوار نموده (برای سوار کردن دقت کنید بر روی محور فشار نیاورید) و از وضعیت ترازمندی آن به اندازه زاویه θ° در جهت پیچش و فشرده شدن فنر بچرخانید. دست کم پنج نوسان کامل را بوسیله کرنومتر یا ساعت الکترونیکی اندازه گرفته و از روی آن زمان تناوب نوسان‌های جسم را بدست آورید. با دانستن مقدار K که بر روی دستگاه درج شده است و جایگذاری در رابطه مربوطه، I را بدست آورید برای هر جسم آزمایش را حداقل سه بار تکرار کنید. با اندازه‌گیری جرم‌ها و ابعاد هندسی هر جسم، گشتاورمانند اجسام را از راه نظری نیز به دست آورده و جدول زیر را کامل کنید.

یادآوری: هنگام جدا کردن اجسام از روی میله با احتیاط عمل نمایید که اجسام مزبور در اثر شتاب جدا شدن به روی زمین نیافتند و یا به صورت شما برخورد نکنند.



جرم	شعاع یا طول	
	$L =$	میله
	$R =$	صفحه گرد
	$R =$	کره
	$R =$	استوانه

نتایج:

T (sec)	t_1	t_2	t_3	t_{ave}	$T = \frac{t_{ave}}{n}$	$I_{Exp} = \frac{KT^2}{4\pi^2}$	I_{Theory}
میله							$\frac{1}{12}mL^2$
صفحه گرد							$\frac{1}{2}mR^2$
استوانه							$\frac{1}{2}mR^2$
کره							$\frac{2}{5}mR^2$

خواسته‌های آزمایش:

- لختی دورانی یک جسم بیانگر چه چیزی است؟
 - چنانچه هنگام اندازه گیری جرم میله، جرم گیره متصل به میله را نیز به آن اضافه نمائیم در مقدار نظری اینرسی دورانی میله تغییر قابل ملاحظه‌ای ایجاد خواهد شد یا خیر؟ چرا هنگام تعیین لختی دورانی بصورت تجربی از لختی دورانی گیره صرف نظر شد؟
 - گیره را وزن نمائید و از رابطه مربوط به استوانه $I = \frac{1}{2}mR^2$ بصورت تقریبی لختی دورانی آن را بدست آورید و تعیین کنید چه کسری از لختی دورانی کل را تشکیل می‌دهد؟
 - با استفاده از این روش (آونگ پیچشی) آیا می‌توان گشتاورمانند هر جسم صلب (با هر شکل) را به طور تجربی به دست آورد؟ پاسخ خود را مستدل توضیح دهید.
 - حرکت نوسانی ساده زاویه‌ای چه نوع حرکتی است؟
 - برای هر یک از بخش‌های جدول بالا درصد خطا را نسبت به مقدار نظری محاسبه کنید.
- $$\delta I = I_{Theory} - I_{Exp} \quad \text{درصد خطا} = \frac{\delta I}{I_{theory}} \times 100$$
- خطاهای دیفرانسیلی مربوط به مقدار نظری و تجربی لختی دورانی را برای کره حساب نمایید.