

آزمایش شماره ۵: بررسی حرکت نوسانی در آونگ ساده

هدف آزمایش: بررسی عامل‌های مؤثر در زمان تناوب آونگ ساده و بدست آوردن شتاب

گرایش

تئوری آزمایش:

حرکت یک آونگ ساده نمونه‌ای از حرکت هماهنگ ساده است. بنا به تعریف یک آونگ ساده یا آونگ ریاضی، گلوله کوچکی است (در مقایسه با طول نخ) به جرم m که بوسیله نخ به جرم ناچیز و طول L از نقطه‌ای مانند O در شکل ۱ آویزان است و به دور از نیروهای ناپایستار، نوسان‌هایی منظم و نامیرا حول وضعیت تعادل انجام می‌دهد. در شرایط ویژه این نوسان‌ها می‌توانند به شکل نوسان‌های یک حرکت هماهنگ ساده باشند. همانطور که در آزمایش ۱ گفته شد، حرکت هماهنگ ساده هنگامی رخ می‌دهد که قانون هوک برقرار باشد. این بدان معناست که نیروی بازگرداننده متناسب با میزان جابه‌جایی باشد. همانطور که در شکل دیده می‌شود اگر گلوله از نقطه B که با راستای عمودی زاویه θ می‌سازد رها شود، در نبود اصطکاک و مقاومت هوا آونگ میان دو نقطه متقارن B و B' بر روی کمانی از دایره‌ای به شعاع $L = OB$ نوسان خواهد کرد. تنها نیروهای وارد بر آن، وزن mg و کشش نخ T می‌باشند بطوری که مؤلفه مماسی نیرو، در راستای حرکت به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$F_T = -mg \sin \theta$$

علامت منفی در این رابطه نشان می‌دهد که جهت نیرو به سمت نقطه تعادل گلوله است.

بنا به قانون دوم نیوتن و روابط موجود در حرکت دورانی می‌توان نوشت:

$$F_T = ma_T = -mg \sin \theta$$

$$a_T = Ra = La \quad . \quad a = \frac{d^2 \theta}{dt^2}$$

بنابراین داریم:

$$mL \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -mg \sin \theta$$

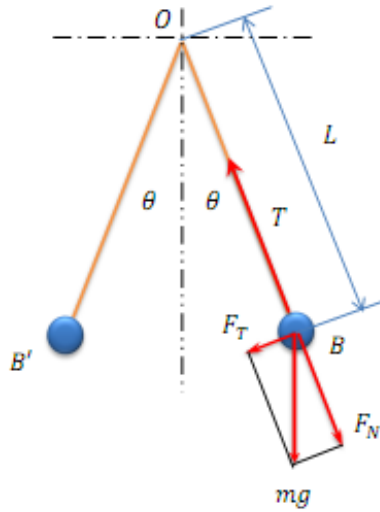
حال چنانچه θ کوچک باشد، آنگاه $\sin \theta \cong \theta$ خواهد بود و رابطه بالا به رابطه مربوط به حرکت هماهنگ ساده

تبدیل خواهد شد:

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{g}{L} \theta = 0$$

این معادله شبیه معادله دیفرانسیل در حرکت هماهنگ ساده است که θ به جای x قرار گرفته است، و این یعنی

تبدیل حرکت دورانی به حرکت خطی.



تصویر ۱: طرح شماتیک نیروهای وارد بر آونگ ساده

همانطور که در گذشته دیدیم پاسخ چنین معادله‌ای یک تابع سینوسی با مشخصات زیر خواهد بود:

$$\theta(t) = \theta_m \cos \omega t$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

در نتیجه:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

که در این رابطه L طول آونگ یعنی فاصله نقطه آویز تا مرکز جرم گلوله، g شتاب ثقل زمین و T مدت زمان یک نوسان کامل می‌باشد. از رابطه اخیر می‌توان دریافت که دوره تناوب آونگ مستقل از جرم گلوله است. در این آزمایش رابطه دوره تناوب آونگ ساده با دامنه، طول آونگ، شتاب ثقل و جرم آن بررسی خواهد شد.

وسایل آزمایش:

انواع گلوله با جرم‌های متفاوت، پایه بلند، کرومومتر.

روش انجام آزمایش:

الف - بررسی رابطه میان دوره تناوب با دامنه نوسان آونگ ساده

ابتدا طول آونگ را 60 cm انتخاب نمائید. حال گلوله را به اندازه 6 cm به یک سو کشیده و سپس رها کنید. در همین زمان کروномتر را نیز به کار انداخته و از روی مدت زمان ده نوسان کامل t ، زمان تناوب یک نوسان را بدست آورید T .

دقت کنید که آونگ هنگام نوسان باید کاملاً در یک صفحه عمودی حرکت رفت و برگشت انجام دهد و در صورتی که مشاهده کردید بعد از چند نوسان حرکت آونگ به حرکت دورانی تبدیل شده، آونگ را متوقف کنید و مجدداً آن را به نوسان وادارید.

یادآوری: برای اینکه بتوان $\sin\theta$ را برابر θ گرفت باید $\theta < 6^\circ$ باشد. برای رسیدن به این شرط کافی است که دامنه نوسان از یک دهم طول آونگ کمتر باشد.

آزمایش را برای دامنه‌های ۲ و ۴ سانتی‌متر تکرار کنید و اعداد بدست آمده را در جدول شماره ۱ زیر وارد نمائید. پرسش: آیا دوره تناوب و فرکانس آونگ ساده بستگی به دامنه آن دارد؟

ب - رابطه میان دوره تناوب آونگ با جرم گلوله

هر یک از گلوله‌های موجود را که در جرم متفاوتند به ترتیب به نخ آونگ متصل نموده، طول نخ را طوری تغییر دهید که طول آونگ برابر با ۶۰ سانتی‌متر گردد. با انحراف آن برای زوایای کوچکتر از 6° زمان ده نوسان کامل را اندازه بگیرید. نتایج آزمایش را در جدول شماره ۲ یادداشت کنید. آیا دوره تناوب آونگ مستقل از جرم آونگ است؟

ج - رابطه میان دوره تناوب آونگ با طول آونگ

یک گلوله آهنی را به نخ آونگ آویزان کنید. طول آونگ را در مراحل مختلف برابر ۲۰، ۳۰، ۴۰، ۵۰ و ۶۰ سانتی‌متر انتخاب کرده و در هر مورد با اندازه‌گیری زمان ۱۰ نوسان، زمان یک نوسان کامل را بدست آورید. نتایج به دست آمده را در جدول شماره ۳ زیر یادداشت نموده و با هم مقایسه نمائید.

این بار طول آونگ را برابر با ۷۰ سانتی‌متر در نظر گرفته، تعداد نوسانات را به ۵۰ نوسان افزایش دهید. این کار را سه بار تکرار نمائید. بعد دوره تناوب آونگ را حساب نموده و شتاب گرانش را محاسبه کنید.

د - رابطه میان دوره تناوب آونگ با شتاب ثقل

در این بخش از آزمایش بایستی شتاب ثقل زمین را تغییر داد. برای شبیه‌سازی این مطلب می‌توان یک آهنربای

الکتریکی را در زیر گلوله آهنی آونگ قرار داد. نیروی مغناطیسی آهنربا وزنه را به پایین کشیده و باعث افزایش g می گردد، بنابراین در این بخش از آزمایش یک آهنربا را در زیر گلوله آهنی آونگ و به فاصله $0/5$ سانتی متر از گلوله نصب کنید و آونگ را با همان طول 60 سانتی متری و با یک دامنه کوچکتر از 1 سانتی متر، بطوری که تأثیر حوزه آهنربا بر آن محسوس باشد، به نوسان در آورید. سپس با اندازه گیری 3 نوسان کامل، زمان یک نوسان را محاسبه کنید. آزمایش را هنگامی که آهنربای الکتریکی در فواصل 1 ، $1/5$ و 2 سانتی متر در زیر گلوله آهنی نصب شده است نیز تکرار نموده و به کمک رابطه $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ مقادیر g مربوط به هر اندازه گیری را بدست آورید.

یادآوری: پیش از انجام آزمایش و اتصال آهنربا مطمئن شوید که محور گلوله و آهنربا کاملاً در راستای عمودی و منطبق برهم قرار گیرند.

نتایج:

جدول شماره ۱

دامنه نوسان cm زمان Sec	X_1			X_2			X_3		
t									
$\bar{t}$									
T									

جدول شماره ۲

جرم زمان Sec	M_1			M_2			M_3		
t									
$\bar{t}$									
T									

جدول شماره ۳

طول آونگ زمان Sec	20	30	40	50	60	70
t_1						
t_2						
t_3						
$\bar{t}$						
T						
$g \quad m/s^2$						

جدول شماره ۴

فاصله آهنربا cm زمان Sec	0.5	1	1.5	2	بدون آهنربا
t_1					
t_2					
t_3					
$\bar{t}$					
T					
$g \quad m/s^2$					

خواسته‌های آزمایش:

- در کاغذ تمام لگاریتمی نمودار نقطه‌ای تغییرات زمان نوسان T را به صورت تابعی از طول آونگ L بکشید. آیا می‌توان نقاط روی نمودار را با یک خط راست برازش کرد؟ به فرض مثبت بودن پاسخ این پرسش T و L چگونه به هم مربوط می‌شوند؟ آیا می‌توان نتیجه گرفت که برای این آونگ $T \propto \sqrt{L}$ است؟

- شیب خط و عرض از مبدأ را برای بهترین خط عبوری از این نقاط بدست آورید. با دانستن رابطه

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \rightarrow \ln(T) = \ln\left(\frac{2\pi}{\sqrt{g}}\right) + \frac{1}{2} \ln(L)$$

از روی مقدار بدست آمده برای عرض از مبدأ، مقدار شتاب گرانش را محاسبه نمایید.

- رابطه $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ را بکار برده و به کمک داده‌های جدول مقادیر g را در هر مورد بدست آورده و $\bar{g}$ را تعیین کنید.

- خطای دیفرانسیلی مربوط به شتاب گرانش را در موردی که تعداد نوسانات ۱۰ و ۵۰ انتخاب شدند را

محاسبه کرده با هم مقایسه نمائید. آیا اعداد بدست آمده با توجه به خطای آزمایش و اطلاع از مقدار g که در تهران برابر با 9.794 است قابل قبول است؟ توضیح دهید.

- تحقیق نمایید در صورتیکه نخواهیم از قطر گلوله چشم پوشیم و از رابطه مربوط به **آونگ فیزیکی** استفاده کنیم، خطای ایجاد شده در محاسبه شتاب گرانش چقدر خواهد بود.
- - اگر به جای طول آونگ طول نخ را اندازه گرفته در فرمول قرار دهیم و سپس به محاسبه شتاب گرانش پردازیم و شعاع گلوله نیز 1 سانتی متر باشد، درحالی که مقدار L برابر 50 سانتی متر است **درصد خطای** ایجاد شده در محاسبه g چقدر خواهد بود؟ این مقدار را با درصد خطای بدست آمده برای این طول در حالت معمول مقایسه نمائید. چه نتیجه ای می توان از این مقایسه گرفت؟ اگر همین کار را با حالتی که طول آونگ 70 سانتی متر و تعداد نوسانات برابر 50 است مقایسه نماییم چه نتیجه ای بدست می آید؟ (برای پاسخ دادن به این سؤال از خطای لگاریتمی استفاده نمائید).
- دلیل به کارگیری کاغذ تمام لگاریتمی در نمایش برخی از نمودارها چیست؟ در این موارد چرا کاغذ معمولی مناسب نیست؟
- **خطای استاندارد g** یعنی $\sigma_{\bar{g}}$ را با استفاده از نتایج جدول (۳) بدست آورید.