

آزمایش شماره ۲: بررسی خطاها در حرکت نوسانی ساده در آونگ فنری

هدف آزمایش: تعیین ثابت فنر در آونگ فنری و بررسی خطاهای آماری

تئوری آزمایش:

فنری را در نظر بگیرید که از قانون هوک پیروی کرده و بوسیله نیروی F کشیده و یا فشرده شود. در این صورت نیروی بازگرداننده‌ای به سوی وضعیت تعادل فنر بوجود می‌آید که با تغییر طول آن نسبت و وضع تعادل خود متناسب است. ضریب این تناسب را با K نشان داده و ثابت فنر نامند. رابطه بین نیروی وارده و جابجایی فنر از وضعیت تعادل x به شکل زیر است.

$$F = -Kx$$

علامت منفی نشان دهنده جهت نیرو می‌باشد که همواره به سوی وضعیت تعادل فنر است. می‌توان قانون دوم نیوتن برای جرم M که به آن چنین نیرویی وارد می‌شود را با چشم پوشی از جرم فنر چنین نوشت:

$$(F = Ma, \quad F = -Kx), \quad a = \frac{d^2x}{dt^2} \rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K}{M}x = 0$$

اگر در لحظه $t = 0$ فنر در موقعیت بیشینه جابجایی x_m و $v_0 = 0$ باشد در اینصورت پاسخ معادله بالا را می‌توان بصورت زیر نوشت که در آن ω سرعت زاویه‌ای نوسانهای فنر می‌باشد.

$$x(t) = -x_m \cos(\omega t), \quad \omega = \sqrt{\frac{K}{M}}$$

همانطور که دیده می‌شود معادله حرکت نوسانهای فنر بصورت تابعی سینوسی و یا کسینوسی می‌باشد که از ویژگیهای حرکت هماهنگ ساده است. بنابراین و بطور کلی حرکتی را که از قانون هوک پیروی می‌کند، حرکت هماهنگ ساده نامند.

با توجه به روابط بالا و رابطه میان زمان تناوب و سرعت زاویه‌ای می‌توان نوشت:

$$\left(T = \frac{2\pi}{\omega} \quad , \quad \omega = \sqrt{\frac{K}{M}} \right) \rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K}} \quad , \quad K = \frac{4\pi^2 M}{T^2}$$

هدف ما در این آزمایش ابتداء بدست آوردن ثابت فنر k به کمک روابط بالا (که برآمده از نوسانهای هماهنگ ساده فنر می‌باشند.) و سپس بررسی و محاسبه برخی از خطاهای موجود در اندازه گیری‌های انجام شده خواهد بود.

وسایل آزمایش:

چند عدد فخر، خط کش پایه دار، وزنه های مختلف

روش انجام آزمایش:

از میان فنرهای داده شده یکی را انتخاب کنید. بوسیله ترازو جرم آن را اندازه بگیرید. بوسیله قلاب از میله افقی متصل به پایه‌های عمودی بیاویزید. از سر دیگر فنر وزنه‌ای ۲۰۰ گرمی را آویخته و وزنه را از وضع تعادل خود بگونه‌ای کشیده ورها نمایید که فنر بصورت هماهنگ در یک بعد نوسان کند. با شمردن زمان ۱۰ نوسان کامل t ، دوره تناوب T را به دست آورید. آزمایش را ۵۰ بار تکرار نموده و جدول را کامل کنید. سپس جرم آویخته شده را تغییر داده و به ازای جرمهای ۱۵۰ و ۲۵۰ گرمی، ۱۰ بار زمان ۱۰ نوسان کامل را اندازه گرفته و نتایج را در جدول داده شده وارد نمایید.

نتائج:

[illegible]

$K_{avg} \pm dK =$							

$M \text{ kg}$	$t \text{ sec}$	$T \text{ sec}$	K	$M \text{ kg}$	$t \text{ sec}$	$T \text{ sec}$	K
$K_{avg} \pm dK =$				$K_{avg} \pm dK =$			

$$K = \frac{4\pi^2 M}{T^2} \quad . \quad dK = \sigma_{\bar{K}} = \frac{\sigma_K}{\sqrt{N}}$$

خواسته‌های آزمایش:

- با انتخاب بازه‌های مناسب، **نمودار توزیع فراوانی** (هیستوگرام) مربوط به K های بدست آمده برای حالت اول را رسم نمائید. (هم بصورت دستی بر روی کاغذ میلی‌متری و هم در نرم افزار *Excel*)
- مقدار K_{avg} را روی نمودار مشخص نمائید.
- **انحراف استاندارد** را برای مقادیر K بدست آمده در جدول اول محاسبه نمائید و محدوده $\bar{x} \pm \sigma_K$ را روی نمودار مشخص کنید. تعیین کنید که چند درصد از داده‌ها در این جدول در این محدوده قرار دارند.
- **خطای دیفرانسیلی** را برای یکی از K های جدول بالا (برای وزنه ۲۰۰ گرمی) محاسبه نمائید. مقدار آن را با σ_K مقایسه کنید.

- خطای مربوط به K_{avg} را به دو صورت زیر برای داده‌های مربوط به وزن ۲۰۰ گرمی محاسبه نموده با هم مقایسه کنید. دلیل اختلاف جزئی بین این دو مقدار را بیان کنید.

الف:

۱ - ابتداء خطای مربوط به میانگین T را از طریق محاسبه انحراف استاندارد میانگین بدست آورید.

$$dT_{avg} = \sigma_{\bar{T}}$$

۲ - مقدار T_{avg} را برای جرم ۲۰۰ گرمی حساب کنید.

۳ - مقدار K را از رابطه مربوطه بدست آورید.

$$K(T_{avg}) = \frac{4\pi^2 M}{T_{avg}^2}$$

توضیح دهید که آیا می‌توانیم $K(T_{avg})$ را با مقدار K_{avg} برابر فرض کنیم؟

۴ - خطای دیفرانسیلی را از رابطه زیر محاسبه نمائید.

$$dK = \left(\frac{4\pi^2}{T_{avg}^2} \right) dM + \left(\frac{8\pi^2 M}{T_{avg}^3} \right) dT$$

ب:

۱ - ابتداء K_{avg} را از روی داده‌های بدست آمده برای جرم اولیه محاسبه کنید.

$$K_{avg} = \sum_i^N \frac{K_i}{N}$$

۲ - مقدار **خطای استاندارد** را از رابطه زیر بدست آورید.

$$\sigma_{\bar{K}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_i^N (K_i - K_{avg})^2}$$

- مقادیر σ_K و $\sigma_{\bar{K}}$ را برای $N = 10, 20, 30, 40, 50$ بدست آورید و با یکدیگر مقایسه نمائید. از این مقایسه چه نتیجه‌ای می‌توان گرفت؟